pode ainda ser aplicada e obtemos intervalos de confiança para a média em questão. Temos:

$$\hat{m}_1 = 26{,}0 \ , \ s(\hat{m}_1) = \sqrt{\frac{1}{6}}\ 1{,}20 = 0{,}490 \ ,$$

$$\hat{m}_1 - t_o\ s\ (\hat{m}_1) = 26{,}0 - 2{,}09 \times 0{,}490 = 24{,}98 \ ,$$

$$\hat{m}_1 + t_o\ s\ (\hat{m}_1) = 26{,}0 + 2{,}09 \times 0{,}490 = 27{,}02 \ .$$

Há, pois, uma probabilidade fiducial de 95% de que a verdadeira média m_1 esteja entre 24,98 e 27,02. De maneira análoga se obteria o intervalo de confiança para níveis diferentes de probabilidade.

Nos casos em que se aplicam os testes de Tukey e de Scheffé, intervalos de confiança baseados nesses testes podem ser obtidos.

Por exemplo, para um contraste qualquer $Y = m_i - m_u$ os extremos do intervalo de confiança serão $\hat{Y} - q \frac{s}{\sqrt{r}}$ e $\hat{Y} + q \frac{s}{\sqrt{r}}$. Para $Y = m_1 - m_3$ no exemplo de 3.2 obtemos, pois, ao nível de 5% de probabilidade,

$$\hat{Y} = 26{,}0 - 22{,}8 = 3{,}2 \ ,$$

$$\hat{Y} - q \frac{s}{\sqrt{r}} = 3{,}2 - 3{,}96\ \frac{1{,}20}{\sqrt{6}} = 1{,}26 \ ,$$

$$\hat{Y} + q \frac{s}{\sqrt{r}} = 3{,}2 + 3{,}96\ \frac{1{,}20}{\sqrt{6}} = 5{,}14 \ .$$

Para o caso do teste de Scheffé, os extremos do intervalo de confiança são:

$$\hat{Y} - \vartheta\sqrt{(n-1)\ \hat{V}(\hat{Y})} = \hat{Y} - \sqrt{(n-1)\ \hat{V}(\hat{Y})\ F},$$

$$\hat{Y} + \vartheta\sqrt{(n-1)\ \hat{V}(\hat{Y})} = \hat{Y} + \sqrt{(n-1)\ \hat{V}(\hat{Y})\ F}.$$

Ainda no caso de exemplo de 3.2 o contraste

$$Y = 3m_1 - m_2 - m_3 - m_4$$

nos dá $\hat{Y} = 6{,}4$ e os extremos do intervalo de confiança, ao nível de 1% de probabilidade, são

$$6{,}4 - 2{,}22 \sqrt{3(\frac{9}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6})\ (1{,}20)^2} = -0{,}13,$$

$$6{,}4 + 2{,}22 \sqrt{3(\frac{9}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6})\ (1{,}20)^2} = 12{,}93,$$

pois a tabela 6 nos dá $\vartheta = 2{,}22$ e

$$\hat{V}(\hat{Y}) = (\frac{9}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6})\ (1{,}20)^2 \ .$$

Em experimentos agrícolas ou zootécnicas o nível de 5% de probabilidade parece ser mais indicado e conveniente do que o de 1%.

3.9 - Determinação do Número Necessário de Repetições

Um dos próblemas mais interessantes da experimentação é a determinação prévia do número necessário de repetições. Numerosas soluções já foram propostas, mas nenhuma é inteiramente satisfatória.

Na experimentação agrícola ou zootécnica a experiência indica que dificilmente se conseguem resultados razoáveis com ensaios que tenham menos de 20 parcelas. Êste número deve ser tomado, pois, em geral, como mínimo.

Assim sendo, num experimento com 2 tratamentos, devemos ter pelo menos 10 repetições, para que haja no mínimo 20 parcelas ao todo.

Outra indicação útil é a de que devemos ter, em geral, pelo menos 10 graus de liberdade para o resíduo.

Estas duas restrições, embora muito úteis na prática, podem, porém, ser deixadas de lado em alguns casos. Tal ocorre nos experimentos de grande precisão (alguns ensaios físicos ou químicos, de laboratório, por exemplo) ou então quando temos um grupo numeroso de experimentos, que serão estudados em conjunto, tendo em vista ùnicamente resultados gerais. Neste caso, cada experimento tem individualmente pouco valor e, pois, podemos, se necessário, reduzir um pouco o número de repetições, a fim de, com os recursos disponíveis, poder aumentar o número de ensaios.

Uma solução rigorosa interessante e recente para o problema pode ser obtida pelo uso do teste de Tukey, da maneira que vamos expor.

Em primeiro lugar devemos contar com uma estimativa prévia do desvio padrão s_2, com n_2 graus de liberdade, obtido de ensaios anteriores em condições análogas. Além, disto, devemos fixar a diferença mínima

$\underline{d}$ que deverá ser estatìsticamente comprovada pelo ensaio. Então, sendo $\underline{q}$ a amplitude total estudentizada para o experimento a ser feito, e sendo F o valor da tábua, ao nível α escolhido de probabilidade, com número de graus de liberdade n_1 (do nôvo experimento) e n_2, o número de repetições $\underline{r}$ é dado pela fórmula:

$$r = \frac{q^2 s_2^2 F}{d^2} .$$

Êste número de repetições nos garantirá uma probabilidadeαde que o ensaio não venha comprovar a diferença $\underline{d}$, isto é, uma probabilidade $1 - \alpha$ de que seja comprovada estatìsticamente, pelo teste de Tukey.

Como os valores de $\underline{q}$ e de $\underline{F}$ a serem usados no segundo membro dependem de $\underline{r}$, é claro que só se pode obter uma solução por aproximações sucessivas, a partir de uma tentativa inicial qualquer.

Vejamos um exemplo. Suponhamos que planejamos um experimento com 5 variedades de cana-de-açúcar e que temos, de ensaio anterior, uma estimativa do desvio padrão residual $s_2 = 7{,}4$ t/ha, com $n_2 = 60$ graus de liberdade, e consideremos que o novo experimento deva comprovar pelo teste de Tukey qualquer diferença de produção de 15 t/ha ou mais. Admitamos que o ensaio seja em blocos casualizados e tomemos 5 repetições, como tentativa inicial. Neste caso, teremos 4 graus de liberdade para tratamentos (variedades) e $n_1 = 16$ graus de liberdade para o resíduo, logo, ao nível de 5% de probabilidade a tabela nos dá $q = 4{,}34$. Por sua vez o va lor de F, também ao nível de 5%, com $n_1 = 16$ e $n_2 = 60$ graus de liberdade é F. = 1,81. Teríamos, pois:

$$r = \frac{(4,34)^2\ (7,4)^2(1,81))}{(15)^2} = 8,3 \text{ repetições.}$$

O número de repetições conveniente estará entre o número usado inicialmente (5) e o valor agora obtido (8,3). Logo 5 repetições são insuficientes.

Tentemos agora $r = 7$ repetições. Fica: $q = 4,17$ e $F = 1,70$, logo

$$r = \frac{(4,17)^2\ (7,4)^2\ (1,70)}{(15)^2} = 7,2 \text{ repetições.}$$

O número necessário estaria entre 7 e 7,2 repetições. Mas, como tal número não pode deixar de ser inteiro, deveremos tomar ou 7, número que pecará ligeiramente por falta, ou 8, que pecará por excesso. Uma vez que usamos o valor de F correspondente a 5% de probabilidade, com 7 repetições haverá uma probabilidade muito próxima de 95% de que uma diferença de produção, entre variedades, de 15 t/ha, será estatisticamente comprovada pelo experimento. Para êste fim não raro se usa um nível de segurança mais baixo, a fim de obter número também mais baixo de repetições. Assim por exemplo, SNEDECOR recomenda usar F ao nível de 25% de probabilidade. Se assim procedêssemos no exemplo dado acima chegaríamos à conclusão de que 5 repetições são insuficientes e 6 estão um pouco além do mínimo ne-

cessário. Caberia ao experimentador, então, a decisão final, entre 5 e 6 repetições.

Uma solução interessante se obtém também, por marcha análoga, quando conhecemos o coeficiente de variação (C.V.) e a diferença mínima _d_, em porcentagem, a ser comprovada. Temos então:

$$r = \frac{q^2 (C.V.)^2\ F}{d^2} .$$

Seja, por exemplo, o caso de um coeficiente de variação, de ensaio anterior, C.V. = 15%, calculado com um desvio padrão que tinha $n_2 = 60$ graus de liberdade. Se quizermos saber o número necessário de repetições de um experimento a ser feito, com 8 tratamentos e d=25%, tomando como ponto de partida 3 repetições acharemos:

$$r = \frac{(4,99)^2\ (15)^2(1,86)}{(25)^2} = 16,7 .$$

Três repetições não são, pois, suficientes. Novas tentativas nos permitirão verificar que serão necessárias, aproximadamente, 11 repetições para conseguir a precisão desejada.

O quadro seguinte, organizado pela fórmula de Tukey, dada na seção 3.3, nos mostra quais as diferenças mínimas significativas obtidas com diversos coeficientes de variação e com vários números de repetições, no caso de ensaios em blocos casualizados.

NÚMERO DE TRATAMENTOS	NÚMERO DE REPETIÇÕES	DIFERENÇA MÍNIMA SIGNIFICATIVA COM		
		C.V. = 10%	C.V. = 20%	C.V. = 30%
4	4	22,1 %	44,2 %	66,3 %
4	6	16,4 %	32,7 %	49,1 %
4	8	13,9 %	27,8 %	41,7 %
4	10	12,3 %	24,6 %	36,9 %
4	16	9,5 %	18,9 %	28,4 %
8	4	23,8 %	47,5 %	71,3 %
8	6	18,6 %	37,2 %	55,8 %
8	8	15,9 %	31,7 %	47,6 %
8	10	14,1 %	28,1 %	42,2 %
8	16	11,0 %	21,9 %	32,9 %

Por aí se vê claramente como é importante aumentar o número de repetições para ter maior precisão.

3.10 - Bibliografia

BRIEGER, F. G. - 1946 - Limites Unilaterais e Bilaterais na Análise Estatística. Bragantia 6: 479-545.

CONAGIN, A. - 1961 - Princípios de Técnica Experimental e Análise Estatística de Experimentos (mimeografado). Campinas.

DUNCAN, David B. - 1955 - Multiple Range and Multiple F Tests. - Biometrics 11: 1-42.

FEDERER, Walter T. - 1955 - Experimental Design. Macmillan, Nova York.

HARTLEY, H. O. - 1955 - Some Recent Developments in Analysis of Variance. Communications on Pure and Applied Mathematics 8: 47-72.

KEULS, M. - 1952 - The Use of the "Studentized Range" in Connection with an Analysis of Variance. Euphytica 1: 112-122.

KRAMER, Clyde Young - 1956 - Extension of Multiple Range Tests to Group Means with Unequal Numbers of Replications. Biometrics 12: 307-310.

KRAMER, Clyde Young - 1957 - Extension of Multiple Range Test to Group Correlated Adjusted Means. Biometrics 13: 13-18.

PIMENTEL GOMES, F. - 1954 - A Comparação entre Médias de Tratamentos na Análise da Variância. Anais E.S.A. "Luiz de Queiroz" 11: 1-12.

PIMENTEL GOMES, F. - 1954 - A Decadência do Teste t. Rev. Agr. 29: 215-218.

ROY, S. N. e R. C. Bose - 1953 - Simultaneous Confidence Interval Estimation, Ann.Math.Stat. 24: 513-536.